

KOMMENTAR MODUL M1 TEILEN MIT REST – SEGMENT F

Das Modul M1 „Teilen mit Rest“ besteht aus den drei Segmenten D, E, F. Hier wird nun das dritte und letzte Segment F beschrieben. Im Segment F wird am Computer in der digitalen Programmierumgebung Scratch gearbeitet, aber nicht mehr am Programm, sondern das Programm wird als Forscherwerkzeug im mathematischen Kontext des Teilens mit Rest verwendet. Die Ergebnisse dieser Tätigkeit werden „unplugged“ auf den Karten notiert.

INDIVIDUELLE ARBEIT MIT DEM KURSKARTENSATZ F

Material *F_M1_Kartensatz (PDF)* = Kurskartensatz F, bitte für jedes Kind als Ausdruck bereitstellen, zur Herstellung siehe *READ ME FIRST (PDF)*. Wieder sollen die Kinder in festen Partnerteams arbeiten. Pro Team wird ein digitales Endgerät benötigt, sie kann bspw. in einen Wochenplan integriert sein. Nach Ausgabe der Kurskarten können die Kinder nun mit der ersten Karte des Kurses F beginnen.

- Karte F1 „Forscherkarte – Teilen mit Rest“** (🔗): Auf der Karte F1 lernen die Kinder mit dem Programm F1 über *3yp.de* eine geänderte Version des „Brötchen“-Algorithmus kennen, in dem die mathematischen Begriffe zur Division an Stelle der Kontextrealisierung verwendet werden. Ggf. haben die Kinder in Wahlaufgabe 3 auf der Karte E4 schon in diese Richtung gearbeitet. Zusätzlich ist die Sprachausgabe abgeschaltet und durch sichtbare Variablen ersetzt, deren Namen auf die mathematische Form geändert wurden. Zunächst sollen sie die beiden Programmstrukturen vergleichen, dazu könnten sie sowohl F1 als auch E3 über *3yp.de* alternierend öffnen und Notizen anfertigen. Das Programm startet über die grüne Fahne, ist dann aber in einer Dauerschleife (vgl. Wahlaufgabe 2 auf E4). Mit dem Testen der Zahlenwerte der Karten D4 und D5 lernen die Kinder die Benutzung des Programms und die neue Ausgabeform kennen.
- Karten F2 – F4 „Forscherkarte – Forscheraufgabe“** (🧐): Auf diesen drei Karten folgen nacheinander sieben Forscheraufgaben. Wie mit der Glühbirne als Piktogramm konnotiert, sind es probiere-es-aus-Aufgaben. Die Kinder müssen also nicht alle Aufgaben bearbeiten, sollen sich aber möglichst tiefgehend mit dem Thema beschäftigen. Die Aufgaben im Einzelnen:
 - Hier erfolgt zunächst der eigentlichen Forscherauftrag. Alle Zahlen zwischen 20 und 30 sollen untersucht werden, wie sie sich beim Teilen verhalten. Es sollen die Dividenden herausgefunden werden, die sich genau durch 4 verschiedene Divisoren ohne Rest teilen lassen. Die Kinder müssen also 20, 21, usw. durch 1, 2, 3 usw. teilen. Sie werden schnell merken, dass 1 und die Zahl des Dividenden selbst immer als Divisor zu einer Lösung ohne Rest führt. Zudem können sie den im Kasten abgedruckten Tipp nutzen, wenn Sie eine glatte Geteiltaufgabe gefunden haben, daraus den Komplementärteiler zu bestimmen (Beispiel: $21:3=7$ R 0, dann ist auch $21:7=3$ R 0). Sie können auf der Karte Notizen zu getesteten Aufgaben anfertigen.
 - Die Tabelle bietet Platz für die 4 Dividenden, die 4 glatte Teilungen ermöglichen. Die Kinder müssen diese nicht zwangsläufig sortiert eintragen, können dies aber durchaus auch verschieden machen. Eine mögliche Lösung könnte sein:

21: 1 = 21 R 0	21: 3 = 7 R 0	21: 7 = 3 R 0	21:21 = 1 R 0
22: 1 = 22 R 0	22: 2 = 11 R 0	22:11 = 2 R 0	22:22 = 1 R 0
26: 1 = 26 R 0	26: 2 = 13 R 0	26:13 = 2 R 0	26:26 = 1 R 0
27: 1 = 27 R 0	27: 3 = 9 R 0	27: 9 = 3 R 0	27:27 = 1 R 0

- ③ Auffälligkeiten könnten sein: Die Hälfte der Lösungen besteht aus 1 und der Divisor-Zahl selbst als Dividend, die andere Hälfte besteht aus immer zwei Umkehraufgaben zu einer Malaufgabe. Die Kinder können aber auch andere Auffälligkeiten wie „Es kommen die Zahlen 1, 2, 3, 7, 9 und 11 drin vor“ o.ä. formulieren. Je nach Sortiertheit der Ergebnisse sieht man mehr oder weniger.
- ④ Diese Frage zielt noch einmal auf den Zusammenhang, dass die „eigentlichen“ Lösungen neben den „Sonderlösungen“ (1 und die Divisor-Zahl selbst als Dividend) Umkehraufgaben dieser Malaufgaben sind.
- ⑤ 23 und 29 sind die einzigen beiden Primzahlen (Begriff muss nicht genannt werden, es reicht das Phänomen) in diesem Zahlenfeld – alle Versuche, sie zu teilen (außer durch 1 und sich selbst) führen immer zu Resten, das ist bei allen anderen Zahlen anders – nur haben nicht alle genau 4 Lösungen.
- ⑥ Die „Mega-Forscherfrage“ transferiert die komplette Exploration des Themenfeldes auf den nächsten Zahlenabschnitt zwischen 30 und 40. Ein gesondertes Blatt Papier wird nötig sein. Mögliche Erkenntnisse: s.u.
- ⑦ Die „Giga-Forscherfrage“ frag nun nach den meisten Teilern. Ein gesondertes Blatt Papier wird nötig sein. Mögliche Erkenntnisse: s.u.

1-6 Hintergrund: In der folgenden Übersicht können alle Teiler der Zahlen von 20 bis 30 bzw. bis 40 (für Aufg. 6/7) abgelesen werden. Teiler und Komplementärteiler bilden dann immer die Malaufgabe, deren zwei Umkehraufgaben beim Teilen den Rest Null lassen. „Durch genau 4 Zahlen ohne Rest“ lassen sich Zahlen teilen, die sich außer 1 und sich selbst noch zwei weitere Teiler haben, entweder 2 Primzahlen (Pz), oder die Zahl selbst ist Pz^3 (vgl. Zahl 27 unten), dann sind die Teiler Pz und Pz^2 . Die nächstkleinere Zahl dieser Variante ist 8 (2^3), die nächstgrößere 64 (4^3). Insofern nimmt die 27 im Suchraum unten noch einmal eine Sonderrolle ein. Wer bei geraden Zahlen die 2 und bei ungeraden Zahlen die 3 probiert, kommt schnell auf weitere Teiler – aber nicht immer ist die ausreichend (35).

20	1	2	4	5	10	20					$2 \cdot 2 \cdot 5$
21	1	3	7	21							$3 \cdot 7$
22	1	2	11	22							$2 \cdot 11$
23	1	23									
24	1	2	3	4	6	8	12	24			$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
25	1	5	25								$2 \cdot 5 \cdot 5$
26	1	2	13	26							$2 \cdot 13$
27	1	3	9	27							$3 \cdot 3 \cdot 3$
28	1	2	4	7	14	28					$2 \cdot 2 \cdot 7$
29	1	29									
30	1	2	3	5	6	10	15	30			$2 \cdot 3 \cdot 5$
31	1	31									
32	1	2	4	8	16	32					$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
33	1	3	11	33							$3 \cdot 11$
34	1	2	17	34							$2 \cdot 17$
35	1	5	7	35							$5 \cdot 7$
36	1	2	3	4	6	9	12	18	36		$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
37	1	37									
38	1	2	19	38							$2 \cdot 19$
39	1	3	13	39							$3 \cdot 13$
40	1	2	4	5	8	10	20	40			$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$

- 3. Damit ist die Arbeit am Kartensatz des Segmentes F des Moduls M1 abgeschlossen. Es bietet sich an, noch einen gemeinsame Abschlussreflexion des Themas durchzuführen.

GEMEINSAME ABSCHLUSSREFLEXION DES MODULS M1 TEILEN MIT REST

Im Basismodul wurde stark auf das Programmieren in Scratch fokussiert, hier wollen wir den Fokus auf die mathematischen Inhalte legen, aber auch die Funktion des Scratch-Programms als Forscherwerkzeug.

Material *F_M1_Vorlagen_Reflexion (PDF)*: Ausgedruckte Tabellen in groß.

1. Zunächst könnte in der Reflexion auf die Ergebnisse der Forscherfragen eingegangen werden. Entweder sammelt die Lehrkraft und Kinder gemeinsam an der Tafel in der großen Tabelle die Lösungen, oder die Lehrkraft benutzt die vorausgefüllte Tabelle. Die Entscheidung kann davon abhängig gemacht werden, wie strukturiert die Kinder die selbst gefundenen Ergebnisse auf Karte F3 eingetragen haben. Dann kann ein gemeinsames Gespräch über Muster und Strukturen in der Ergebnistabelle erfolgen. Ob die Lehrkraft die Aufgabe 5 und den Begriff Primzahl in der Klasse thematisiert, muss vom Gesamtlernstand der Klasse abhängig gemacht werden. Es reicht auch eine Begegnung mit dem Phänomen, dass sich manche Zahlen nur durch eins und sich selbst teilen lassen.
2. Die Lehrkraft könnte zuletzt hinterfragen, ob und in welcher Form das (in Teilen) selbst geschriebene Programm bei der Forscherarbeit hilfreich war, und wie der Forscherprozess ohne dieses Werkzeug wohl verlaufen wäre – etwa im Sinne, dass das Programm hier nicht Lösungen des Problems auswirft, aber bei der Problemlösung entlastet, indem es Rechenprozesse schnell und einfache übernimmt.
3. Damit ist die komplette Arbeit am Modul M1 Teilen mit Rest erledigt.

HINWEISE ZUM COPYRIGHT

Dieser Kurs stellt eine mathematikdidaktische Adaption des Kurses von Katharina Geldreich, Didaktik der Informatik, Technische Universität München dar, der unter der Creative Commons Lizenz CC BY-NC-SA 4.0 (Namensnennung - Nicht-kommerziell - Weitergabe unter gleichen Bedingungen inkl. remixen, verändern und darauf aufbauen 4.0 international) unter

Geldreich, K. (o. J.): Programmierzirkus - Professur für Didaktik der Informatik. Abgerufen 8. Oktober 2020, von <https://www.edu.tum.de/ddi/forschung/laufende-projekte/programmierzirkus/> veröffentlicht ist. Einige Materialien enthalten Screenshot von Scratch/CC-BY-SA-4.0 Creative Commons. Scratch ist ein Projekt der Scratch Foundation und der Lifelong Kindergarten Group am MIT Media Lab. Es steht kostenlos unter <https://scratch.mit.edu> zur Verfügung.

Urheber dieses Kurses ist das Projekt ProMaPrim, vertreten durch Dr. Ulrich Schwätzer, Universität Duisburg-Essen, Didaktik der Mathematik, Thea-Leymann-Strasse 9, D-45127 Essen. Die Urheberrechte an diesem Programmierkurs stehen unter der Creative Commons Lizenz CC BY-NC-SA 4.0 (Namensnennung - Nicht-kommerziell - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 international). Sie dürfen:

- Teilen — das Material in jedwedem Format oder Medium vervielfältigen und weiterverbreiten
- Bearbeiten — das Material remixen, verändern und darauf aufbauen

Unter folgenden Bedingungen:

- Namensnennung — Sie müssen angemessene Urheber- und Rechteangaben machen, einen Link zur Lizenz beifügen und angeben, ob Änderungen vorgenommen wurden. Diese Angaben dürfen in jeder angemessenen Art und Weise gemacht werden, allerdings nicht so, dass der Eindruck entsteht, der Lizenzgeber unterstütze gerade Sie oder Ihre Nutzung besonders.
- Nicht kommerziell — Sie dürfen das Material nicht für kommerzielle Zwecke nutzen.
- Weitergabe unter gleichen Bedingungen — Wenn Sie das Material remixen, verändern oder anderweitig direkt darauf aufbauen, dürfen Sie Ihre Beiträge nur unter derselben Lizenz wie das Original verbreiten.
- Keine weiteren Einschränkungen — Sie dürfen keine zusätzlichen Klauseln oder technische Verfahren einsetzen, die anderen rechtlich irgendetwas untersagen, was die Lizenz erlaubt.

Das ProMaPrim Icon, das Partnerarbeitsicon und das Aufgabenicon wurde erstellt unter Verwendung der Icons pc.png, brainstorming.png und die-gluhbirne.png von Freepik auf www.flaticon.com (freie Lizenz bei Namensnennung).